Chapitre n° 8 Loi binomiale

Terminale, spécialité mathématique, 2021-2022

1 Variable aléatoire et loi de probabilité

Définition 1 (Variable aléatoire discrète)

Soit $\Omega = \{e_1; e_2; ...; e_m\}$ l'univers fini d'une expérience aléatoire.
Une **variable aléatoire** X sur Ω est une fonction qui, à chaque issue de Ω, associe un nombre réel.

Notation 1. x est un réel, l'événement « X prend la valeur x » est noté $(X = x)$, il est formé de toutes les issues de Ω ayant pour image x.

Définition 2

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $\{x_1; x_2; ...; x_n\}$. Lorsqu'à chaque valeur x_i, on associe la probabilité de l'événement $(X = x_i)$, on définit **la loi de probabilité** de X.

Remarque 1. La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente à l'aide d'un tableau.

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

On a $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$.

Méthode 1 (Étudier une variable aléatoire)**.** Pour déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

1. on détermine les valeurs x_i que peut prendre X ;
2. on calcule les probabilités $P(X = x_i)$;
3. on résume les résultats dans un tableau.

EXERCICE

Une urne contient cinq jetons indiscernables au toucher numérotés de 1 à 5.

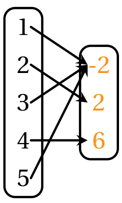
Un joueur participe à la loterie en payant 2 €, ce qui lui donne le droit de prélever au hasard un jeton dans l'urne.

- ⋆ Si le numéro est pair, il gagne en euros le double de la valeur indiquée par le jeton.
- ⋆ Si le numéro est impair, il perd sa mise.

Soit X la variable aléatoire égale au « gain algébrique ».

Déterminer la loi de probabilité de X.

CORRECTION



;

L'univers est l'ensemble des 5 jetons.
Les cinq issues sont équiprobables.
Les jetons 1, 3 et 5 font perdre 2 euros ;
le jeton 2 fait gagner $2 \times 2 - 2 = 2$ euros ;
le jeton 4 fait gagner $4 \times 2 - 2 = 6$ euros.
X peut prendre les valeurs -2 ; 2 et 6.

x_i	-2	2	6
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

L'événement $(X = -2)$ est réalisé pour les issues 1 ; 3 ; 5 donc $P(X = -2) = \dfrac{3}{5}$.

L'événement $(X = 2)$ est réalisé pour l'issue 2 donc $P(X = 2) = \dfrac{1}{5}$.

L'événement $(X = 6)$ est réalisé pour l'issue 4 donc $P(X = 6) = \dfrac{1}{5}$.

On présente la **loi de probabilité** de X dans un tableau.

2 Espérance, variance et écart-type

Définition 3

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1 ; x_2 ; ... ; x_n$ avec les probabilités $p_1 ; p_2 ; ... ; p_n$.

- ⋆ On appelle **espérance** de X le nombre : $E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + ... + p_n x_n = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i$.
- ⋆ On appelle **variance** de X le nombre :
$$\begin{aligned} V(X) &= p_1 (x_1 - E(X))^2 + p_2 (x_2 - E(X))^2 + ... + p_n (x_n - E(X))^2 \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i - E(X))^2 . \end{aligned}$$
- ⋆ On appelle **écart-type** de X le nombre $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

Remarque 2. ⋆ Le mot « espérance » vient du langage des jeux : lorsque X désigne le gain, $E(X)$ est le gain moyen que peut espérer un joueur sur un grand nombre de parties.

- ⋆ Une autre formule de la variance est $V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i {x_i}^2 - [E(X)]^2$

Remarque 3. Un jeu est **équitable** lorsque l'espérance du gain est nulle.

Méthode 2 (Utiliser la calculatrice). On souhaite calculer l'espérance et l'écart-type d'une variable aléatoire.

- ⋆ **Avec une TI**
  Appuyer sur STAT, puis menu EDIT, sélectionner 1 : Edite
  Entrer les valeurs x_i en liste L1 et les probabilités p_i en liste L2
  Pour afficher les paramètres, appuyer sur STAT, puis menu CALC, sélectionner 1 :Stats 1-Var, taper L1,L2, puis appuyer sur Entrer.
- ⋆ **Avec une Casio**
  Sélectionner le menu 2 (STAT)
  Entrer les valeurs x_i dans List1 et les probabilités p_i dans List2.
  Sélectionner (F2) CALC puis (F6) SET, sélectionner 1 : Var Xlist (F1) List 1 et 1VarFreq (F2) List2. Appuyer sur EXIT (F1) 1Var.

Exercice

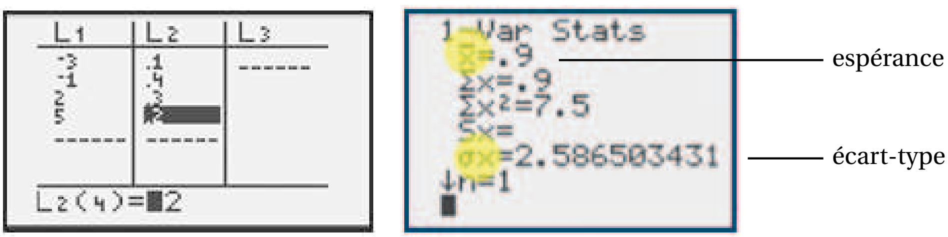
On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$ avec une calculatrice.

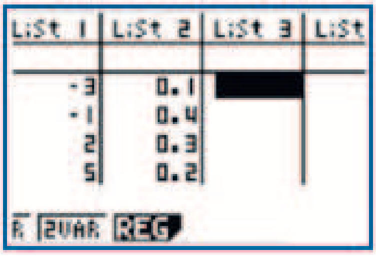
x_i	-3	-1	2	5
p_i	0,1	0,4	0,3	0,2

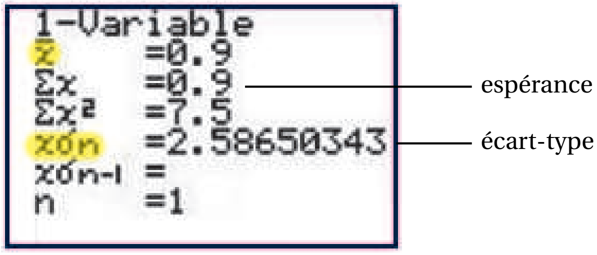
Correction

Avec une TI



Avec une Casio





Méthode 3 (Interpréter l'espérance et la variance). Exercice

On donne les lois de probabilités du gain X et Y de deux jeux.

Jeu n° 1

x_i	-5	-1	0	1	3
$P(X=x_i)$	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3

Jeu n° 2

y_i	-3	-1	0	1	2
$P(Y=y_i)$	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

Quel jeu peut-on conseiller au joueur ?

Correction

Pour le jeu n° 1 : $E(X) = -0,3$, $V(X) = 8,01$ et $\sigma(X) \approx 2,83$.

Pour le jeu n° 2 : $E(Y) = -0,3$, $V(Y) = 1,81$ et $\sigma(Y) \approx 1,35$.

Les deux jeux ont la même espérance de gain, celle-ci étant négative. Les jeux sont **défavorables** aux joueurs, on peut donc les déconseiller.

L'écart-type mesure la dispersion des gains autour de l'espérance, donc il évalue le **risque du jeu**. Ici, $\sigma(Y) < \sigma(X)$.

Si un joueur veut vraiment participer, il vaut mieux lui conseiller le jeu n° 2 pour lequel le degré de risque est moins grand.

3 Transformation affine d'une variable aléatoire

Définition 4

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs x_1 ; x_2 ; ... ; x_n.
Pour tous réels a et b, on peut définir une autre variable aléatoire, en associant à chaque issue donnant la valeur x_i, le nombre $ax_i + b$. On note cette variable aléatoire $aX + b$.

Propriété 5

$$E(aX+b) = aE(X) + b \quad \text{et} \quad V(aX) = a^2 V(X).$$

Preuve.

$$\begin{aligned}
E(aX+b) &= p_1(ax_1+b) + p_2(ax_2+b) + \ldots + p_n(ax_n+b) \\
&= ap_1x_1 + bp_1 + ap_2x_2 + bp_2 + \ldots + ap_nx_n + bp_n \\
&= ap_1x_1 + ap_2x_2 + \ldots + ap_nx_n + bp_1 + bp_2 + \ldots + bp_n \\
&= a\left(p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n\right) + b\left(p_1 + p_2 + \ldots + p_n\right) \\
&= aE(X) + b \times 1
\end{aligned}$$

$E(aX+b) = aE(X) + b$

D'après la seconde formule de la variance :

$V(aX) = p_1(ax_1)^2 + p_2(ax_2)^2 + ... + p_n(ax_n)^2 - [E(aX)]^2$

D'après la formule précédente : $E(aX) = aE(X)$, donc :

$$\begin{aligned}V(aX) &= p_1a^2x^2{}_1 + p_2a^2x^2{}_2 + ... + p_na^2x^2{}_n - [aE(X)]^2 \\ &= a^2\left(p_1x^2{}_1 + p_2x^2{}_2 + ... + p_nx^2{}_n\right) - a^2[E(X)]^2 \\ &= a^2\left(p_1x^2{}_1 + p_2x^2{}_2 + ... + p_nx^2{}_n - [E(X)]^2\right)\\ V(aX) &= a^2V(X)\end{aligned}$$

Remarque 4. $V(aX+b) = a^2V(X)$ et $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

En effet :

- ⋆ $$\begin{aligned}V(aX+b) &= \sum_{i=1}^{i=n} p_i(ax_i + b - E(aX+b))^2 \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} p_i(ax_i + b - aE(X) - b)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} p_i(ax_i - aE(X))^2 \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} p_ia^2(x_i - E(X))^2 \\ V(aX+b) &= a^2V(X)\end{aligned}$$
- ⋆ $$\begin{aligned}\sigma(aX+b) &= \sqrt{V(aX+b)} \\ &= \sqrt{a^2V(X)} = |a|\sqrt{V(X)} \\ \sigma(aX+b) &= |a|\sigma(X)\end{aligned}$$

Exemple 1. On donne $E(X) = 3$ et $V(X) = 16$.

Calculer :

① $E(-2X+5)$

② $V(-2X+5)$

③ $\sigma(-2X+5)$

CORRECTION

① $E(-2X+5) = -2E(X) + 5 = -2 \times 3 + 5 = -1$

② $V(-2X+5) = (-2)^2 \times V(X) = 4 \times 16 = 64$

③ $\sigma(-2X+5) = |-2|\sigma(X) = 2\sqrt{V(X)} = 2 \times \sqrt{16} = 8$

Méthode 4 (Appliquer une transformation affine)**.** EXERCICE

Un coiffeur se déplace à domicile.

On note X le nombre de rendez-vous sur une journée.

La loi de probabilité de X est donnée par le tableau ci-dessous.

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,03	0,09	0,15	0,38	0,18	0,17

Chaque rendez-vous lui rapporte 30 euros, et ses frais de fonctionnement quotidiens s'élèvent à 15 euros.

On note Y son gain journalier.

① Calculer $E(X)$.

② Quelle relation lie X et Y ?

③ En déduire $E(Y)$.

CORRECTION

① $E(X) = 0,03 \times 0 + 0,09 \times 1 + 0,15 \times 2 + 0,38 \times 3 + 0,18 \times 4 + 0,17 \times 5$

$E(X) = 3,1.$

② Le gain journalier Y est tel que $Y = 30X - 15$.

③ $$\begin{aligned} E(Y) &= E(30X - 15) \\ &= 30E(X) - 15 \\ &= 30 \times 3,1 - 15 \\ &= 93 - 15 \end{aligned}$$

$E(Y) = 78$ (en euros).
Ainsi, le coiffeur peut espérer gagner 78 euros en moyenne par jour.

4 Répétitions indépendantes d'une expérience aléatoire

On considère le cadre suivant : on répète n fois de suite, de manière **identique** et de façon **indépendante** la même expérience aléatoire.

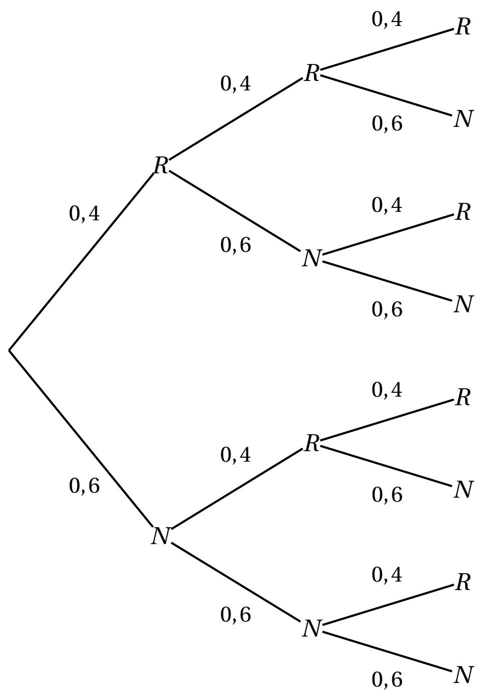
Exemple 2. On dispose d'une urne contenant 100 boules : 40 boules rouges et 60 boules noires.

On effectue trois tirages successifs avec remise dans cette urne en notant à chaque fois la couleur de la boule obtenue.

Comme ce sont des tirages avec remise :

- ⋆ à chaque tirage, les conditions sont identiques (il y a 100 boules dans l'urne : 40 boules rouges et 60 boules noires);
- ⋆ les tirages sont indépendants (le résultat d'un tirage n'influence pas le suivant).

À chaque tirage, la probabilité d'obtenir une boule rouge est de $\frac{40}{100} = 0,4$ et la probabilité d'obtenir une boule noire est $\frac{60}{100} = 0,6$ donc on peut représenter la situation par l'arbre pondéré ci-contre.



Propriété 6

Les règles d'utilisation principales des arbres pondérés sont :

- ⋆ chaque chemin de l'arbre correspond à un résultat dont la probabilité est le produit des probabilités inscrites sur les branches qui constituent le chemin;
- ⋆ la probabilité d'un événement est la somme des probabilités associées aux chemins qui permettent de réaliser l'événement.

Exemple 3. En utilisant l'arbre précédent, déterminer :

① La probabilité d'obtenir trois boules rouges.

② La probabilité d'obtenir, **dans cet ordre**, une boule noire, une boule rouge et une boule noire.

③ La probabilité d'obtenir, au bout des trois tirages, deux boules rouges et une boule noire.

CORRECTION

① La probabilité d'obtenir trois boules rouges est de $0,4 \times 0,4 \times 0,4 = 0,064$.

② La probabilité d'obtenir, **dans cet ordre**, une boule noire, une boule rouge et une boule noire, est de $0,6 \times 0,4 \times 0,6 = 0,144$.

③ La probabilité d'obtenir, au bout des trois tirages, deux boules rouges et une boule noire est $0,4 \times 0,4 \times 0,6 + 0,4 \times 0,6 \times 0,4 + 0,6 \times 0,4 \times 0,4 = 3 \times 0,4^2 \times 0,6 = 0,288$.

5 Loi de Bernoulli

Définition 7

⋆ On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une **épreuve de Bernoulli**.
Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée **succès** (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

Issue	S	$\overline{S}$
Probabilité	p	$1-p$

⋆ On dit que la variable aléatoire prenant la valeur 1 en cas de succès et la valeur 0 en cas d'échec suit la **loi de Bernoulli de paramètre** p.

Exemple 4. Dans l'exemple introductif, le tirage d'une boule de l'urne est une épreuve de Bernoulli car il y a deux issues, avec $p = 0{,}4$ en prenant « Rouge » comme succès.

Propriété 8

Soit X une variable aléatoire suivant la loi de Bernoulli de paramètre p. On a :

① $E(X) = p$ ② $V(X) = p(1-p)$ ③ $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Preuve. ① $E(X) = 0 \times (1-p) + 1 \times p = p$

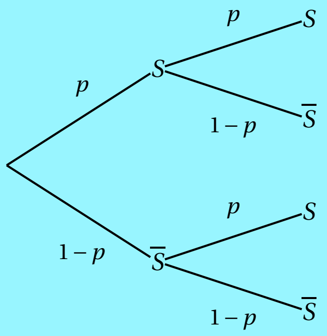
② $V(X) = (0-p)^2 \times (1-p) + (1-p)^2 \times p = p^2(1-p) + p(1-p)^2 = p(1-p)(p+(1-p)) = p(1-p)$

6 Schéma de Bernoulli et coefficient binomial

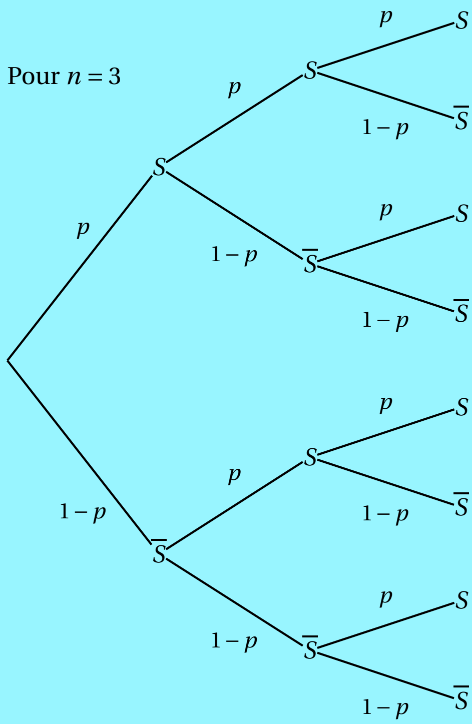
Définition 9

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est p.
La répétition n fois (où $n \in \mathbb{N}^*$), de façon indépendante, de cette épreuve de Bernoulli est appelée **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p.

Pour $n = 2$



Pour $n = 3$



Exemple 5. Dans l'exemple introductif de la **partie 2**, comme les tirages sont indépendants (puisqu'avec remise), on a un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}4$ (en prenant « Rouge » comme succès).

Définition 10

On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p et un entier k avec $0 \leqslant k \leqslant n$.
L'entier $\binom{n}{k}$, appelé **coefficient binomial** et se lisant « k parmi n », désigne le nombre de chemins de l'arbre correspondant à k succès.

Remarque 5. Plus tôt dans l'année, on a défini $\binom{n}{k}$ comme le nombre de façons de choisir k éléments parmi n (ou de façon équivalente, c'est le nombre de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments).
Dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, tout chemin peut se coder sous la forme $(S, S, E, S, E, E, \ldots)$.
Tout chemin est donc un élément de l'ensemble des n-uplets à valeurs dans $\{S, E\}$. Il y a donc 2^n chemins.
Un chemin passant par k succès est un n-uplets contenant k succès. Pour les compter, il suffit de compter le nombre de façons de placer les k succès dans le n-uplet, c'est-à-dire de choisir k positions parmi les n positions possibles.
Il y a donc bien $\binom{n}{k}$ chemins passant par k succès dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

Exemple 6. Dans l'exemple introductif de la **partie 2**, on a un schéma de Bernoulli avec $n = 3$: comme il y a 3 chemins qui mènent à 1 succès (c'est-à-dire « obtenir une boule rouge »), on a $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3$.

Remarque 6. Par convention, on pose $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$.

Méthode 5 (Obtenir un **coefficient binomial** avec la calculatrice)**.** EXERCICE

Déterminer $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ avec la calculatrice.

CORRECTION

Calculatrice TI

On saisit `7 Combinaison 3`

où `Combinaison` s'obtient en :

- ⋆ appuyant sur la touche math
- ⋆ choisissant **PRB**
- ⋆ choisissant **3 :Combinaison**

On obtient $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} = 35$.

Calculatrice CASIO

On saisit `7C3`

où `C` s'obtient en :

- ⋆ appuyant sur la touche OPTN
- ⋆ choisissant ▷ puis PROB
- ⋆ choisissant nCr

Propriété 11

Soit n et k des entiers naturels avec $0 \leqslant k \leqslant n-1$.

- ⋆ $\binom{n}{0} = 1$ et $\binom{n}{n} = 1$
- ⋆ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \begin{pmatrix} n+1 \\ k+1 \end{pmatrix}$
- ⋆ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Preuve. Pour le dernier point, $\begin{pmatrix} n+1 \\ k+1 \end{pmatrix}$ est le nombre de chemins correspondant à $k+1$ succès dans un arbre représentant un schéma de Bernoulli de $n+1$ épreuves.

- ⋆ Si la première épreuve donne un succès, il faut alors encore k succès sur les n épreuves restantes, ce qui donne donc $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$ chemins.
- ⋆ Si la première épreuve donne un échec, il faut alors encore $k+1$ succès sur les n épreuves restantes, ce qui donne donc $\begin{pmatrix} n \\ k+1 \end{pmatrix}$ chemins.

Il y a donc bien $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n \\ k+1 \end{pmatrix}$ chemins qui correspondent à $k+1$ succès pour $n+1$ épreuves.

Remarque 7. Le tableau suivant donnant tous les coefficients binomiaux est appelé « **Triangle de Pascal** ».

n \ k	0	1	2	3	4	5	…
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
…							

- ⋆ Comme $\begin{pmatrix} n \\ 0 \end{pmatrix} = 1$ et $\begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix} = 1$, il y a des 1 dans la première colonne et la diagonale.
- ⋆ Comme $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n \\ k+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ k+1 \end{pmatrix}$, on peut remplir chaque ligne à partir de la précédente, par exemple, on a $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ d'où $6 + 4 = 10$.
- ⋆ On observe sur ce triangle que $\begin{pmatrix} n \\ 1 \end{pmatrix} = n$.

7 Loi binomiale

Définition 12

On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
On dit que la variable aléatoire X donnant le nombre de succès obtenus sur les n épreuves suit la **loi binomiale de paramètres** n **et** p, notée $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

Exemple 7. Dans l'exemple introductif de la **partie 2** , on note X le nombre de boules rouges obtenues après les trois tirages.

Comme on a un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 3$ et $p = 0,4$ (puisque « Rouge » correspond à un succès), X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0,4$.

Propriété 13

Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$. On a :

$$P(X = k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} p^k(1-p)^{n-k}.$$

Preuve. Quand on considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, on trouve sur chaque chemin qui correspond à k succès :

- ⋆ la probabilité p sur k branches
- ⋆ la probabilité $1-p$ sur $n-k$ branches

donc la probabilité correspondant à chacun de ces chemins est $p^k \times (1-p)^{n-k}$.

Comme il y $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$ chemins, on a $P(X = k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} p^k(1-p)^{n-k}$.

Exemple 8. Soit X suivant la loi $\mathscr{B}(4\,;\,0,3)$.

On a $P(X = 3) = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} 0,3^3(1-0,3)^{4-3} = 4 \times 0,3^3 \times 0,7 = 0,0756$.

Méthode 6 (Déterminer une probabilité $P(X = k)$ à l'aide de la calculatrice)**.** La calculatrice permet d'obtenir directement $P(X = k)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

EXERCICE

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0,2$.

Déterminer $P(X = 1)$ à l'aide de la calculatrice.

CORRECTION

Calculatrice TI

- ⋆ On accède au menu **distrib** en appuyant sur la touche 2nde puis la touche var
- ⋆ On choisit `0:binomFdp(` puis on entre dans l'ordre la valeur des paramètres n, p et k séparés par des virgules pour obtenir

```
binomFdp(6,0.2,1
)
            .393216
```

Calculatrice Casio

- ⋆ Dans le menu **RUN**, on appuye sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** puis **Bpd**.
- ⋆ On saisit dans l'ordre la valeur des paramètres k, n et p séparés par des virgules pour obtenir

```
BinominalPD(1,6,0.2)
               0.393216
```

On trouve ainsi $P(X = 1) \approx 0,393$.

Méthode 7 (Déterminer une probabilité $P(X \leqslant k)$ à l'aide de la calculatrice)**.** La calculatrice permet d'obtenir directement $P(X \leqslant k)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(n\ ;\ p)$.

EXERCICE

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 0,6$.

Déterminer $P(X \leqslant 5)$ à l'aide de la calculatrice.

CORRECTION

Calculatrice TI

- ⋆ On accède au menu **distrib** en appuyant sur la touche 2nde puis la touche var
- ⋆ On choisit `A:binomFR\'ep(` puis on entre dans l'ordre la valeur des paramètres n, p et k séparés par des virgules pour obtenir

```
binomFRép(7,0.6,
5)
              .8413696
```

Calculatrice Casio

- ⋆ Dans le menu **RUN**, on appuye sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** puis **Bcd**.
- ⋆ On saisit dans l'ordre la valeur des paramètres k, n et p séparés par des virgules pour obtenir

```
BinominalCD(5,7,0.6)
             0.8413696
```

On trouve ainsi $P(X \leqslant 5) \approx 0,841$.

Propriété 14

Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathscr{B}(n\ ;\ p)$.

- ⋆ $E(X) = np$
- ⋆ $V(X) = np(1-p)$
- ⋆ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Remarque 8. La première propriété se « devine » de la façon suivante : pour une épreuve de Bernoulli, l'espérance d'un succès est p.

Pour une répétition de n épreuves de Bernoulli, l'espérance du nombre de succès est $n \times p$.